Министерство науки и образования РФ

Федеральное государственное бюджетное учреждение

высшего образования

**«Тверской государственный технический университет»**

(ТвГТУ)

Кафедра программного обеспечения

Отчет по лабораторной работе №2

дисциплина: «Методы оптимизации»

Тема: «Классические методы. Метод Ньютона. Исследование функций»

Выполнил:

студент группы

Б.ПИН.РИС - 17.06

Иванов Роман

Проверила:

ассистент кафедры ПО

Корнеева Е.И.

Тверь 2019

Оглавление

[Задание 1 3](#_Toc21938692)

[Описание постановки задачи 3](#_Toc21938693)

[Ход решения 4](#_Toc21938694)

[Задание 2 6](#_Toc21938695)

[Описание постановки задачи 6](#_Toc21938696)

[Ход решения 6](#_Toc21938697)

[Скриншоты программы 6](#_Toc21938698)

[Задание 3 6](#_Toc21938699)

[Описание постановки задачи 6](#_Toc21938700)

[Ход решения 6](#_Toc21938701)

[Скриншоты программы 7](#_Toc21938702)

[Задание 4 8](#_Toc21938703)

[Описание постановки задачи 8](#_Toc21938704)

[Ход решения 8](#_Toc21938705)

[Скриншоты программы 9](#_Toc21938706)

[Задание 5 9](#_Toc21938707)

[Описание постановки задачи 9](#_Toc21938708)

[Ход решения 9](#_Toc21938709)

[Скриншоты программы 11](#_Toc21938710)

[Задание 6 11](#_Toc21938711)

[Описание постановки задачи 11](#_Toc21938712)

[Ход решения 11](#_Toc21938713)

[Скриншоты программы 13](#_Toc21938714)

[Задание 7 13](#_Toc21938715)

[Описание постановки задачи 13](#_Toc21938716)

[Ход решения 13](#_Toc21938717)

[Скриншоты программы 16](#_Toc21938718)

[Задание 8 16](#_Toc21938719)

[Описание постановки задачи 16](#_Toc21938720)

[Ход решения 16](#_Toc21938721)

[Скриншоты программы 18](#_Toc21938722)

[Вывод 18](#_Toc21938723)

# Задание 1

## Описание постановки задачи

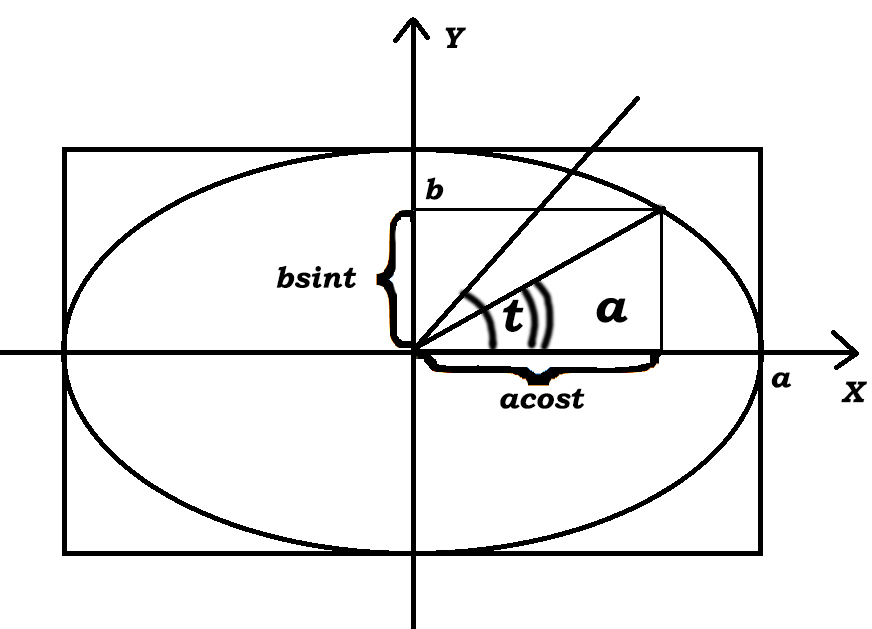
Покажите, что минимальным значением функции acosθ+bsinθ

является −√a2+b2. Можете ли вы получить этот результат, не используя

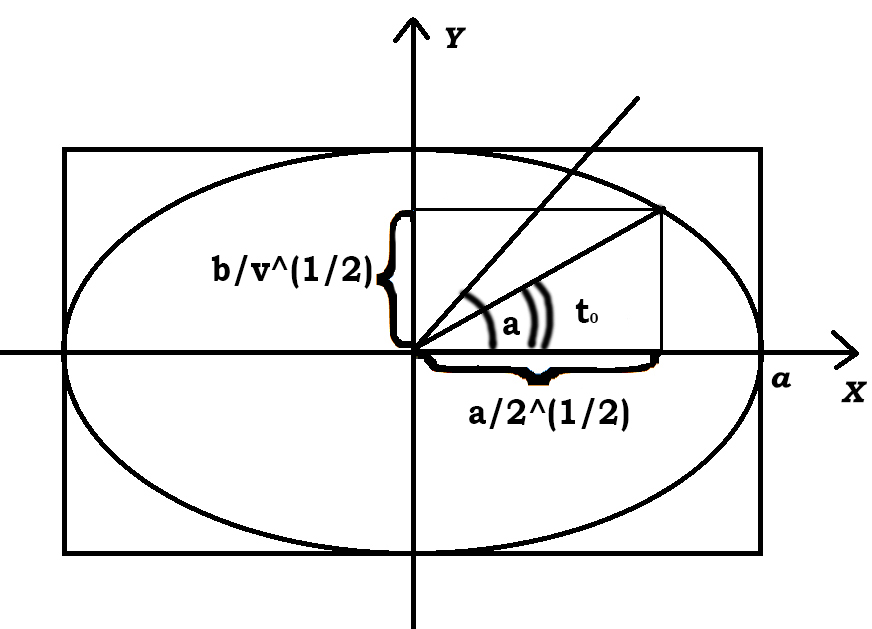
производных?

## Ход решения

=



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

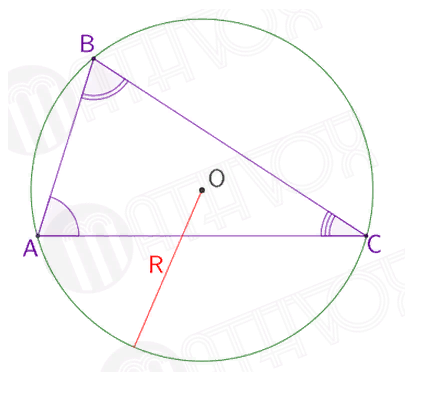
|  |
| --- |
|  |

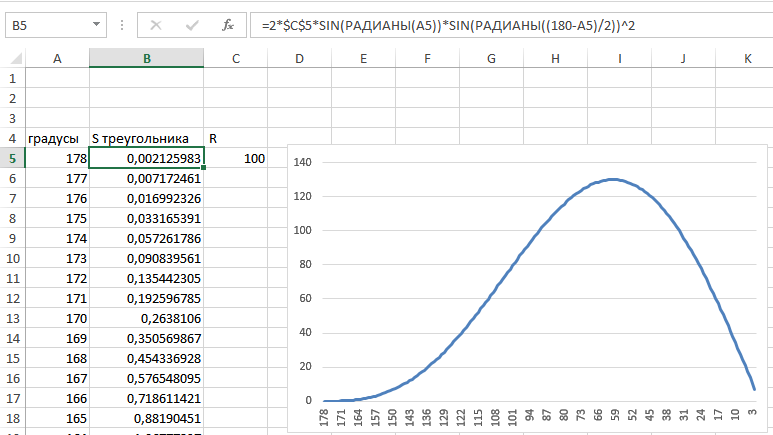
# Задание 2

## Описание постановки задачи

1. Дано треугольник ABC – равнобедренный => AC = AB и угол С = углу B.
2. Найдите выражение для площади треугольника как функции от и покажите, что она максимальна, когда треугольник равносторонний.

## Ход решения



1. По теореме синусов
2. 2R =
3. Отсюда
4. a = 2R \* sinA
5. b =2R \* sinB
6. c = 2R\*sinC
7. По формуле площади треугольника через синус
8. Поскольку треугольник равнобедренный то синус угла B = синусу угла C
9. Подставляя в эту формулу различные значения угла А мы видим, что максимальное значение площади достигается только тогда, равны все углы, а из этого следует, что треугольник равносторонний.
10. Для наглядности я построил график зависимости площади от градусов в Excel
11. 

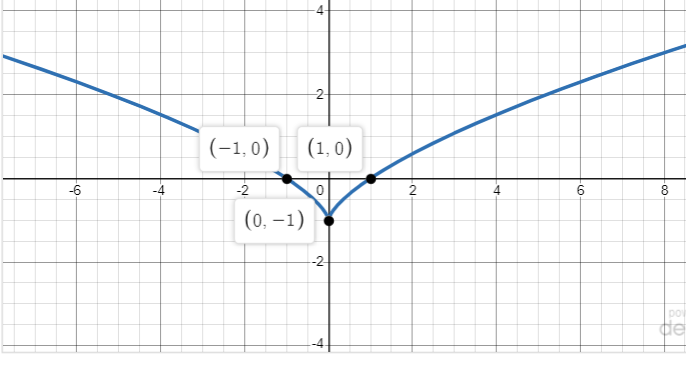
# Задание 3

## Описание постановки задачи

Исследуйте функцию . Нарисуйте её график. Покажите, что имеет минимум при . Чему равно значение при ? Меняет ли знак , если возрастает при прохождении через 0?

## Ход решения

График

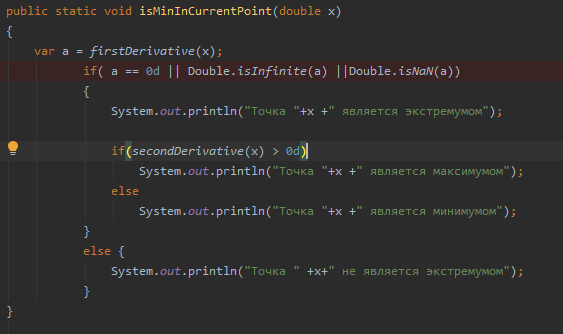


По теореме

Если заданная функция y=f(x) имеет экстремум в некоторой точке x0, то ее производная f′(x) в данной точке либо равна нулю, либо не существует.

Если подставить точку экстремума во вторую производную то, мы узнаем какой это экстремум (минимум или максимум).

## Скриншоты программы





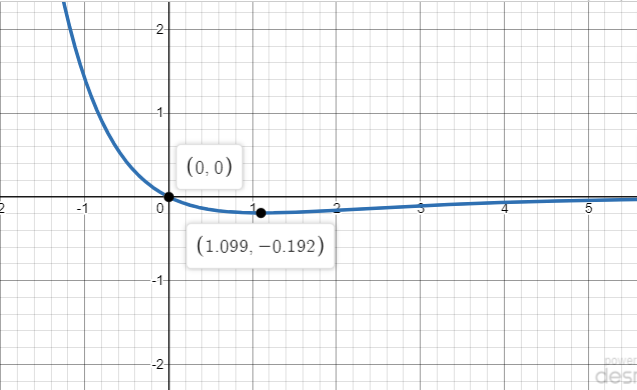
# Задание 4

## Описание постановки задачи

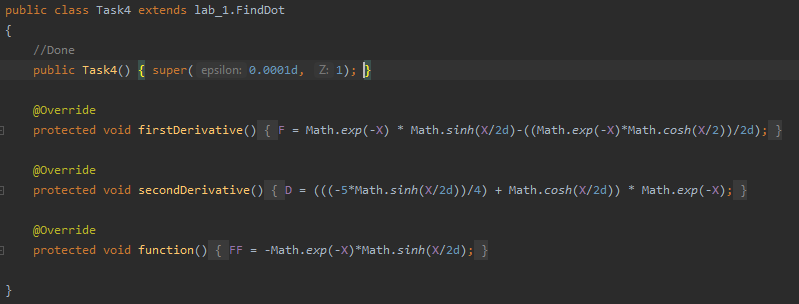
Найдите минимум функции

## Ход решения

1. Нашел первую производную, нашел вторую производную и подставил в метод Ньютона



## Скриншоты программы





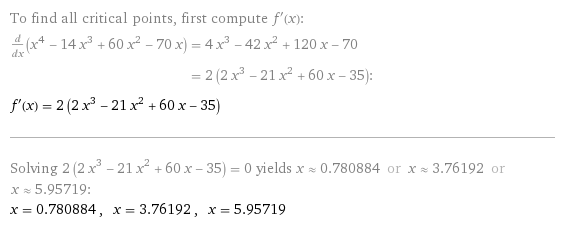
# Задание 5

## Описание постановки задачи



## Ход решения

Найдем точки перегиба



Возьмем интервалы в которых находятся эти точки и посмотрим на каком из отрезков функция выпуклая или вогнутая

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Интервалы | (-∞ ;2) | (2; 5) | (5; +∞) |
| Значение второй производной | f''(x) > 0 | f''(x) < 0 | f''(x) > 0 |
| Экстремум в данном интервале | 0.780884 | 3.76192 | 5.95719 |
| Ответ | Функция вогнута | Функция выпукла | Функция вогнута |

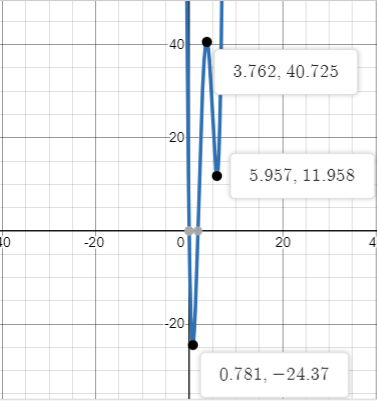
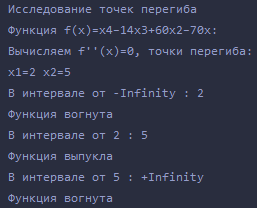


График функции

## Скриншоты программы



# Задание 6

## Описание постановки задачи

https://lh4.googleusercontent.com/1LN5sVmZqZ_ltDkd_b1NKsppHVuNcbJ1_JN_hpdchD5F1pgjdOMvE2pqXCVpZZpYIY30XNW4vVPjDKlrmX1M-wTy-nnk3KRkrxFcUNmD-Q0Q8-xzqe4tLsNRTVfiiLhAJcydUp4T

## Ход решения

Найдем частные производные

Решим систему уравнений

Корни: x=0, y=0

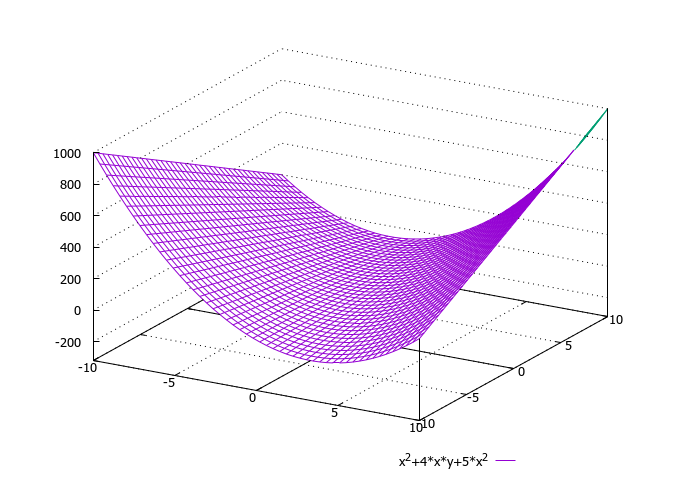
Количество критических точек равно 1.  
M1 (0;0)

Найдем частные производные второго порядка

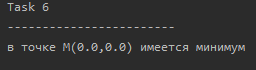
Вычислим значение этих частных производных второго порядка в критических точках M(x0; y0).

Вычисляем значения для точки M1(0;0)

AC - B2 = 4 > 0 и A > 0 , то **в точке M1(0;0) имеется минимум z(0;0) = 0**



## Скриншоты программы



# Задание 7

## Описание постановки задачи



## Ход решения

1. Найдем частные производные.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%20F(X)%7d%7bx_%7b1%7d%7d%20=%20-2\cdot%20x_%7b1%7d%2B2\cdot%20x_%7b2%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%20F(X)%7d%7bx_%7b2%7d%7d%20=%202\cdot%20x_%7b1%7d-12\cdot%20x_%7b2%7d%2B20\cdot%20x_%7b3%7d  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%20F(X)%7d%7bx_%7b3%7d%7d%20=%2020\cdot%20x_%7b2%7d-46\cdot%20x_%7b3%7d

2. Решая систему, получим стационарную точку:

X0 = (0; 0; 0)

3. Найдем вторые частные производные.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b1%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%20-2

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b2%7d%7d%20=%202

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d%20=%200

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b2%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%20-12

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b2%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d%20=%2020

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b3%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%20-46

1. Матрица Гессе.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G(X)= | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | -2 | 2 | 0 | | 2 | -12 | 20 | | 0 | 20 | -46 | |  | |  |

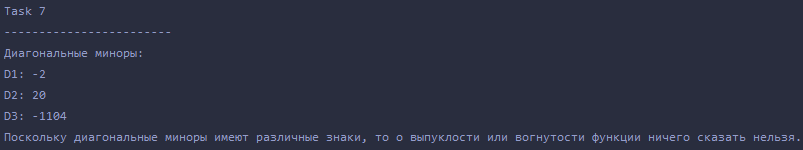
Вычисляем значения для точки X0(0; 0; 0)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b1%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%20-2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%202  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b2%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%20-12  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b2%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%2020  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b3%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%20-46

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G(0; 0; 0)= | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | -2 | 2 | 0 | | | 2 | -12 | | 20 | | 0 | 20 | -46 | | |  | |  |

Определяем диагональные миноры:  
D1 = a11 = -2  
D2 = a11a22 - a21a12 = 20  
D3 = -120   
Рассмотрим матрицу -G(X0).  
Поскольку диагональные миноры имеют различные знаки, то о выпуклости или вогнутости функции ничего сказать нельзя.

## Скриншоты программы



# Задание 8

## Описание постановки задачи



## Ход решения

1. Найдем частные производные.

1. Решая систему, получим стационарную точку:

X0 = (a;b;c)

1. Найдем вторые частные производные.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b1%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%202   
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b2%7d%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b2%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%202  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b2%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b3%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%202

Матрица Гессе.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G(X)= | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 2 | 0 | 0 | | 0 | 2 | 0 | | 0 | 0 | 2 | |  | |  |

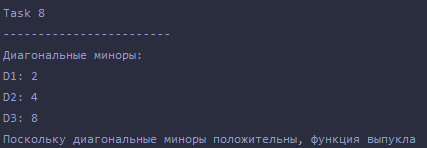
Вычисляем значения для точки X0(a; b; c)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b1%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%202  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b2%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%202  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%20x_%7b2%7d%20\partial%20x_%7b3%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%200  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7dF(X)%7d%7b%20\partial%5e%7b2%7dx_%7b3%7d%5e%7b2%7d%7d(X%5e%7b0%7d)%20=%202

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G(4; 5; 6)= | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 2 | 0 | 0 | | 0 | 2 | 0 | | 0 | 0 | 2 | |  | |  |

Определяем диагональные миноры:  
D1 = a11 = 2   
D2 = a11a22 - a21a12 = 4  
D3 = 8  
Поскольку диагональные миноры положительны, следовательно, Gf – положительно определенная матрица. Отсюда следует, что функция выпукла. Более того, функция строго выпуклая и обладает единственной точкой минимума X(a; b; c).

## Скриншоты программы



# Вывод

­В данной работе я использовал классический метод оптимизации: метод Ньютона. Я решил поставленные задачи, описав их алгоритм в отчете и реализовал его в программе.

https://github.com/Mazel-Tovr/Optimization/tree/master